

一类蜘蛛 - 昆虫模型平衡态正解的存在性*

姜洪领

(宝鸡文理学院数学与信息科学学院, 陕西 宝鸡 721013)

摘要: 研究一类单食饵 - 双捕食者的蜘蛛 - 昆虫模型。利用特征值变分原理和极值原理给出正解的先验估计及正解存在的必要条件。应用空间分解和隐函数定理得到正解存在的充分条件。结果表明, 在特定条件下, 系统共存态依赖于昆虫的生长率。

关键词: 蜘蛛 - 昆虫模型; 平衡态正解; 存在性

中图分类号: O175.26 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529 - 6579 (2016) 03 - 0064 - 05

The existence of steady-state positive solutions for a spider-insect model

JIANG Hongling

(Baoji University of Arts and Sciences, Institute of Mathematics and Information Science,
Baoji 721013, China)

Abstract: A one-prey-two-predator spider-insect model is studied. By the variational principle of eigenvalue and the Maximum principle, priori estimates and the necessary conditions of existence for positive solutions are given. Applying the method of space decomposition and implicit function theorem, a sufficient condition of existence of positive solutions is obtained. The results show that, under certain conditions, the coexistence depends on the growth rate of insects.

Key words: spider-insect model; steady-state positive solution; existence

利用特定物种进行农业生态系统管理是一个很有意义的课题^[1-3]。文 [4 - 5] 讨论了如下用 ODE 刻画的 Spider-insect 系统

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = rp \left(1 - \frac{p}{K} \right) - aps_w - bps_c, \\ \frac{ds_w}{dt} = s_w \left(eap - \mu_w - \frac{s_w}{W} \right), \\ \frac{ds_c}{dt} = s_c \left(ebp - \mu_c - \frac{s_c}{V} \right) \end{cases} \quad (1)$$

其中 $p(t)$ 表示昆虫密度, $s_w(t), s_c(t)$ 表示两类蜘蛛密度, r 表示昆虫 $p(t)$ 的内禀增长率, μ_w 和 μ_c 分别表示 $s_w(t)$ 和 $s_c(t)$ 的死亡率。 a, b 分别表示

$s_w(t)$ 和 $s_c(t)$ 的捕食率。所有参数都是正常数, 详细生物意义见文 [5]。文 [4] 研究了 (1) 含有时滞平衡态正解的有界性, 局部稳定性以及其产生的 Hopf 分歧。文 [5] 研究了非时滞系统的持久性和全局稳定性, 同时也研究带时滞系统的全局稳定性及其 Hopf 分歧。需要注意的是, 模型 (1) 是在忽略文献 [1 - 2] 提出的蜘蛛会在其属地 (living habitats) 内迁移的情况下建立的。这种迁移会导致物种在空间的不均匀分布, 并且这种不均匀分布可能影响系统的生态动力学行为。因此利用扩散来模拟这种行为^[6-7]。为了便于后面的书写, 利用下列无量纲变量

* 收稿日期: 2015 - 11 - 24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11401356, 11501496); 宝鸡文理学院重点科研资助项目 (ZK15038)

作者简介: 姜洪领 (1978 年生), 男; 研究方向: 应用偏微分方程; E-mail: jhonglings@163.com

$$\bar{u} = \frac{rP}{K}, \quad \bar{v} = as_w, \quad \bar{w} = bs_c, \quad \bar{\beta} = r, \quad \bar{\gamma} = \mu_w,$$

$$\bar{\delta} = \mu_c, \quad \bar{a} = \frac{Kea}{r}, \quad \bar{b} = \frac{Keb}{r}, \quad \bar{c} = \frac{1}{aW}, \quad \bar{d} = \frac{1}{bV}$$

并且沿用不带 ‘-’ 的记号, (1) 可化为如下带有齐次 Dirichlet 边界条件的反应扩散方程组

$$\begin{cases} u_t - \Delta u = u(\beta - u - v - w), \\ (x, t) \in \Omega \times (0, \infty); \\ v_t - \Delta v = v(-\gamma + au - cv), \\ (x, t) \in \Omega \times (0, \infty); \\ w_t - \Delta w = w(-\delta + bu - dw), \\ (x, t) \in \Omega \times (0, \infty); \\ u|_{\partial\Omega} = v|_{\partial\Omega} = w|_{\partial\Omega} = 0, \quad t > 0 \end{cases}$$

初值条件为

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= u_0(x) \geq 0, \neq 0; x \in \bar{\Omega}; \\ v(x, 0) &= v_0(x) \geq 0, \neq 0; x \in \bar{\Omega}; \\ w(x, 0) &= w_0(x) \geq 0, \neq 0; x \in \bar{\Omega} \end{aligned}$$

其平衡态系统为如下椭圆型方程组

$$\begin{cases} -\Delta u = u(\beta - u - v - w), & x \in \Omega, \\ -\Delta v = v(-\gamma + au - cv), & x \in \Omega, \\ -\Delta w = w(-\delta + bu - dw), & x \in \Omega, \\ u|_{\partial\Omega} = v|_{\partial\Omega} = w|_{\partial\Omega} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中 u 表示昆虫的密度, v, w 表示蜘蛛的密度, β 表示昆虫的内禀生长率, γ, δ 表示蜘蛛的死亡率. Ω 为 \mathbf{R}^N 的具有光滑边界的有界开区域, Δ 项表示物种的扩散项. 显然系统 (2) 中的参数都是正常数. 本文与文 [8 - 10] 有着明显的不同. 在文 [8] 中, 作者研究的是一个捕食者两个食饵情形, 在文 [9 - 10] 中, 作者研究的是三物种竞争模型.

本文主要讨论系统 (2) 正解的先验估计、存在正解的必要条件. 同时利用空间分解结合隐函数定理给出正解存在的条件.

1 正解的先验估计和存在的必要条件

首先介绍两个记号.

记 $\lambda_1(q)$ 为

$$-\Delta\varphi + q\varphi = \lambda\varphi, x \in \Omega, \varphi|_{\partial\Omega} = 0$$

的主特征值, 这里 $q \in C(\bar{\Omega})$, 对应特征函数在 Ω 上具有正性. 利用主特征值变分原理有

(i) 若 $q_1(x) \geq q_2(x)$ 且 $q_1(x) \neq q_2(x)$, 则 $\lambda_1(q_1) > \lambda_1(q_2)$.

(ii) 对任意实数 m , $\lambda_1(m) = m + \lambda_1$, 这里, $\lambda_1 = \lambda_1(0)$.

记 θ_β 为

$$-\Delta u = u(\beta - u), x \in \Omega, u|_{\partial\Omega} = 0 \quad (3)$$

的正解. 由文 [11 - 12] 可知, 当且仅当 $\beta > \lambda_1$ 时正解 θ_β 存在且惟一. 同时 $\theta_\beta < \beta$ 且关于 β 是 $(\lambda_1, +\infty)$ 到 $C^2(\Omega) \cap C^0(\bar{\Omega})$ 上的严格递增, 连续可微映射. 下面给出正解的先验估计和正解存在的必要条件.

定理 1 若系统 (2) 存在非负解 (u, v, w) 使得 $u \neq 0$, 则 $\beta > \lambda_1, u < \beta$. 进而

$$\gamma < a\beta - \lambda_1, \delta < b\beta - \lambda_1$$

证明 记 $\varphi_1 > 0$ 是对应 λ_1 的主特征函数, 对系统 (2) 中第一式两边同乘 φ_1 并积分可得

$$-\int_{\Omega} \varphi_1 \Delta u dx = \int_{\Omega} \varphi_1 u(\beta - u - v - w) dx < \beta \int_{\Omega} \varphi_1 u dx$$

由

$$-\int_{\Omega} \varphi_1 \Delta u dx = \lambda_1 \int_{\Omega} \varphi_1 u dx$$

得

$$(\beta - \lambda_1) \int_{\Omega} \varphi_1 u dx > 0$$

从而 $\beta > \lambda_1$.

令 $\bar{u} = \beta - u (\neq 0)$, 代入系统 (2) 中第一个方程整理有

$$-\Delta \bar{u} + \beta \bar{u} = \bar{u}^2 + u(v + w) \geq 0$$

由强极大值原理可得 $\bar{u} > 0$, 即 $u < \beta$. 在系统 (2) 中的第二, 第三个方程中利用 $u < \beta$, 并重复 $\beta > \lambda_1$ 的证明过程即可证明其余结论.

因此本文始终假设 $\gamma < a\beta - \lambda_1, \delta < b\beta - \lambda_1$.

定理 2 任意系统 (2) 的正解 (u, v, w) (若存在) 必满足

$$\begin{aligned} 0 < u < \theta_\beta, \quad 0 < v < \frac{a\beta - \gamma}{c}, \\ 0 < w < \frac{b\beta - \gamma}{d} \end{aligned}$$

证明 由定理 1 知 $\beta > \lambda_1, u < \beta$, 容易验证 β, u 分别是 (3) 式的有序上解和下解, 从而利用标准的上下解方法结合 θ_β 的惟一性即有 $u < \theta_\beta$.

令 $\bar{v} = \frac{a\beta - \gamma}{c} - v$, 代入系统 (2) 中第二个方程可得

$$-\Delta \bar{v} + (2a\beta - au - \gamma)\bar{v} = c\bar{v}^2 + \frac{a\beta - \gamma}{c}(a\beta - au)$$

由定理 1 可知 $2a\beta - au - \gamma$ 有界且右端 $\geq, \neq 0$, 利用极值原理可得 $v < \frac{a\beta - \gamma}{c}$. 同理可得第三个不等式.

定理 3 对任意给定的 $a, b > 0$, 存在 $\beta_0 > \lambda_1$, 使得 $\beta > \beta_0$ 时,

$$0 < \gamma^* = -\lambda_1(-a\theta_\beta) < a\beta - \lambda_1,$$

$$0 < \delta^* = -\lambda_1(-b\theta_\beta) < b\beta - \lambda_1$$

证明 由文 [11] 中第二章论述可知

$$\lim_{\beta \rightarrow \lambda_1^+} \theta_\beta = 0, \quad \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \theta_\beta = +\infty$$

对任意的 $x \in \Omega_0 \subset \subset \Omega$.

因此利用主特征值性质有

$$\lim_{\beta \rightarrow \lambda_1^+} \lambda_1(-a\theta_\beta) = \lim_{\beta \rightarrow \lambda_1^+} \lambda_1(-b\theta_\beta) = \lambda_1,$$

$$\lim_{\beta \rightarrow +\infty} \lambda_1(-a\theta_\beta) = \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \lambda_1(-b\theta_\beta) = -\infty$$

从而对任意给定的 a, b , 存在 $\beta_0 > \lambda_1$, 当 $\beta > \beta_0$ 时使得左端成立。利用性质 (i) 和 (ii) 以及 $\theta_\beta < \beta$ 可知

$$-\lambda_1(-a\theta_\beta) < -\lambda_1(-a\beta) < -(-a\beta + \lambda_1) = a\beta - \lambda_1$$

同理可得 $-\lambda_1(-b\theta_\beta) < b\beta - \lambda_1$ 。

2 正解的存在性

令

$$X = (W^{2,p}(\Omega) \cap W_0^{1,p}(\Omega))^3, Y = (L^p(\Omega))^3$$

其中

$$W_0^{1,p}(\Omega) = \{u \in W^{1,p}(\Omega) \mid u = 0, x \in \partial\Omega\}$$

记 L 为 (2) 在 $(\gamma^*, \delta^*, \theta_\beta, 0, 0)$ 处关于 (u, v, w) 的线性化算子, 这里 γ^*, β^* 由定理 3 给出。直接计算可知

$$L = \begin{bmatrix} -\Delta + 2\theta_\beta - \beta & \theta_\beta & \theta_\beta \\ 0 & -\Delta + \gamma^* - a\theta_\beta & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta + \delta^* - b\theta_\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

则 $L(\varphi, \psi, \chi) = 0$ 等价于

$$\begin{cases} -\Delta\varphi + (2\theta_\beta - \beta)\varphi = -\theta_\beta\psi - \theta_\beta\chi, \\ -\Delta\psi - a\theta_\beta\psi = -\gamma^*\psi, \\ -\Delta\chi - b\theta_\beta\chi = -\delta^*\chi \end{cases}$$

简单计算可知

$$N(L) = \text{span}\{\Phi_1, \Phi_2\} \quad (5)$$

这里

$$\Phi_1 = (\varphi_1^*, \psi_1^*, 0), \Phi_2 = (\varphi_2^*, 0, \chi_1^*) \quad (6)$$

$$\begin{cases} \varphi_1^* = (-\Delta + 2\theta_\beta - \beta)^{-1}(-\theta_\beta\psi_1^*) < 0, \\ \varphi_2^* = (-\Delta + 2\theta_\beta - \beta)^{-1}(-\theta_\beta\chi_1^*) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\psi_1^* > 0, x \in \Omega$, 是 $\lambda_1(-a\theta_\beta)$ 对应的主特征函

数; $\chi_1^* > 0, x \in \Omega$, 是 $\lambda_1(-b\theta_\beta)$ 对应的主特征函数。

设 L^* 为算子 L 的伴随算子, 则 $L^*(\varphi, \psi, \chi) = 0$ 等价于

$$\begin{cases} -\Delta\varphi + (2\theta_\beta - \beta)\varphi = 0, \\ -\Delta\psi - a\theta_\beta\psi + \gamma^*\psi = -\theta_\beta\varphi, \\ -\Delta\chi - b\theta_\beta\chi + \delta^*\chi = -\theta_\beta\varphi \end{cases}$$

注意到 $\lambda_1(2\theta_\beta - \beta) > 0$, 有 $\varphi \equiv 0$ 。所以

$$N(L^*) = \text{span}\{\Phi_1^*, \Phi_2^*\} \quad (8)$$

其中

$$\Phi_1^* = (0, \psi_1^*, 0), \Phi_2^* = (0, 0, \chi_1^*) \quad (9)$$

利用 Fredholm 选择公理结合 (8) 式可知

$$R(L) = \{(\varphi, \psi, \chi) \in X \mid \int_{\Omega} \psi\psi_1^* dx = \int_{\Omega} \chi\chi_1^* dx = 0\} \quad (10)$$

综合 (5) 式, (8) 式有

$$\dim N(L) = \text{codim } R(L) = 2$$

所以不能应用基于单重特征值的 Crandall-Rabinowitz 分歧定理。受文献 [13] 的启发, 我们应用空间分解和隐函数定理来讨论系统 (2) 发自点 $(\gamma^*, \delta^*, \theta_\beta, 0, 0)$ 处的分歧解, 即就是下面的定理。

定理 4 对给定的 a, b, c, d , 当 $\beta > \beta_0$ 时, $(\gamma^*, \delta^*, \theta_\beta, 0, 0)$ 是系统 (2) 的一个分歧点, 即在 $(\gamma^*, \delta^*, \theta_\beta, 0, 0)$ 的邻域内系统 (2) 存在正解

$$(u, v, w) =$$

$$[\theta_\beta + s(\varphi_1^* \cos \theta + \varphi_2^* \sin \theta), s\psi_1^*, s\chi_1^*] + s[z_1(s), z_2(s), z_3(s)]$$

这里, $0 < s \ll 0, \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ 。 $\beta_0, \gamma^*, \delta^*$ 由定理 3

给出, $z_1(s), z_2(s), z_3(s)$ 由 (13) 式给出。

证明 作变换 $\tilde{u} = u - \theta_\beta, U = (\tilde{u}, v, w) \in X$ 。
 $H: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \times X \rightarrow Y$ 定义为

$$H(\gamma, \delta, U) = \begin{bmatrix} -\Delta\tilde{u} - \beta\tilde{u} + f_1(\tilde{u}, v, w) \\ -\Delta v + \gamma v - f_2(\tilde{u}, v, w) \\ -\Delta w + \delta w - f_3(\tilde{u}, v, w) \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中

$$f_1(\tilde{u}, v, w) = \tilde{u}(2\theta_\beta + \tilde{u} + v + w) + \theta_\beta(v + w),$$

$$f_2(\tilde{u}, v, w) = v(a\tilde{u} + a\theta_\beta - cv),$$

$$f_3(\tilde{u}, v, w) = w(b\tilde{u} + b\theta_\beta - dw)$$

则 (u, v, w) 是系统 (2) 的正解等价于 $(u - \theta_\beta, v, w)$ 是 $H(\gamma, \delta, U) = 0$ 的满足 $u - \theta_\beta < 0, v > 0, w > 0$ 的解。容易验证

$$H(\gamma, \delta, 0) \equiv 0, \text{ 对任意的 } \gamma, \delta \in \mathbf{R};$$

$H_U(\gamma^*, \delta^*, 0) = L$, L 由 (4) 式给出

现将空间 X, Y 做如下正交分解

$$X = X_1 + X_2; X_1 = N(L),$$

$$X_2 = \{\Phi \in X \mid \langle \Phi, \Phi_1 \rangle = \langle \Phi, \Phi_2 \rangle = 0\};$$

$$Y = Y_1 + Y_2; Y_1 = N(L^*), Y_2 = R(L)$$

其中 $N(L), N(L^*), R(L)$ 分别由 (5) 式, (8) 式, (10) 式给出; Φ_1, Φ_2 由 (6) 式给出。故可将任意的 $U \in X$ 写成

$$U = s(\Phi_1 \cos \theta + \Phi_2 \sin \theta + Z),$$

$$Z = (z_1, z_2, z_3) \in X_2 \quad (12)$$

这里的 s, θ 为待定的参数, $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ 。显然, 求解 U 转化为只需求出 $Z = (z_1, z_2, z_3)$ 。记 $\gamma = \gamma^* + \tau_1$, $\delta = \delta^* + \tau_2$, 对任意给定的 θ , 定义 $H_1(Z, \tau_1, \tau_2, s): X_2 \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow Y$ 为

$$H_1(Z, \tau_1, \tau_2, s) =$$

$$s^{-1}H(s(\Phi_1 \cos \theta + \Phi_2 \sin \theta + Z), \gamma^* + \tau_1, \delta^* + \tau_2)$$

利用 (11) 式简单计算可得

$$H_1(Z, \tau_1, \tau_2, s) = \begin{bmatrix} -\Delta \bar{u} - \beta \bar{u} + \bar{f}_1(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) \\ -\Delta \bar{v} + \gamma \bar{v} - \bar{f}_2(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) \\ -\Delta \bar{w} + \delta \bar{w} - \bar{f}_3(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) \end{bmatrix}$$

其中

$$\bar{f}_1(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) = \bar{u}(2\theta_\beta + s\bar{u} + s\bar{v} + s\bar{w}) + \theta_\beta(\bar{v} + \bar{w}),$$

$$\bar{f}_2(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) = \bar{v}(a\theta_\beta + sa\bar{u} - s\bar{c}\bar{v}),$$

$$\bar{f}_3(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) = \bar{w}(b\theta_\beta + sb\bar{u} - s\bar{d}\bar{w})$$

以及

$$\bar{u} = \varphi_1^* \cos \theta + \varphi_2^* \sin \theta + z_1,$$

$$\bar{v} = \psi_1^* \cos \theta + z_2,$$

$$\bar{w} = \chi_1^* \sin \theta + z_3$$

这里的 $\psi_1^*, \chi_1^*, \varphi_1^*, \varphi_2^*$ 由 (7) 式给出。

i) 当 $\tau_1 = \tau_2 = s = 0, Z = (0, 0, 0)$ 时,

$$-\Delta \bar{u} - \beta \bar{u} + \bar{f}_1(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) =$$

$$\cos \theta [(-\Delta + 2\theta_\beta - \beta)\varphi_1^* + \theta_\beta \psi_1^*] +$$

$$\sin \theta [(-\Delta + 2\theta_\beta - \beta)\varphi_2^* + \theta_\beta \chi_1^*]$$

由 (7) 式可知上式为零。同理计算可得

$$-\Delta \bar{v} + \gamma \bar{v} - \bar{f}_2(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) = 0,$$

$$-\Delta \bar{w} + \delta \bar{w} - \bar{f}_3(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) = 0$$

所以我们有 $H_1(0, 0, 0, 0) = 0$ 。

ii) 令 $D_{(Z, \tau_1, \tau_2)}H_1(0, 0, 0, 0)$ 为算子 H_1 在 $(0, 0, 0, 0)$ 处关于 (Z, τ_1, τ_2) 的导算子, 则

$$D_{(Z, \tau_1, \tau_2)}H_1(0, 0, 0, 0) =$$

$$\begin{bmatrix} -\Delta + 2\theta_\beta - \beta & 0 & 0 \\ \theta_\beta & -\Delta + \gamma^* - a\theta_\beta & 0 \\ \theta_\beta & 0 & -\Delta + \delta^* - b\theta_\beta \\ 0 & \psi_1^* \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & \chi_1^* \sin \theta \end{bmatrix}^T$$

记 $\mathcal{L} = D_{(Z, \tau_1, \tau_2)}H_1(0, 0, 0, 0)$, 则 \mathcal{L} 是 $X_2 \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow Y$ 的线性连续映射且有

$$\mathcal{L}(Z, \tau_1, \tau_2) = LZ + \tau_1 \Phi_1^* \cos \theta + \tau_2 \Phi_2^* \sin \theta$$

这里的 L, Φ_1^*, Φ_2^* 分别由 (4) 式, (9) 式给出。下面证明 \mathcal{L} 是双射。

当 $\mathcal{L}(Z, \tau_1, \tau_2) = 0$, 由 $LZ \in Y_2 = R(L)$, $\tau_1 \Phi_1^* \cos \theta + \tau_2 \Phi_2^* \sin \theta \in Y_1 = N(L^*)$ 可得

$$LZ = 0, \tau_1 \Phi_1^* \cos \theta + \tau_2 \Phi_2^* \sin \theta = 0$$

若 $Z \neq 0$, 则 $Z \in X_1 = N(L)$, 与 $Z \in X_2$ 矛盾。故 $Z \equiv 0$ 。利用 Φ_1^*, Φ_2^* 的线性无关性并注意到 $\cos \theta, \sin \theta \in (0, 1)$ 可得 $\tau_1 = \tau_2 = 0$ 。至此证明了 \mathcal{L} 是单射。

由 $Y = Y_1 + Y_2$, 对任意的 $y_0 \in Y, y_0 = y_{10} + y_{20}$, 其中 $y_{10} \in Y_1 = N(L^*), y_{20} \in Y_2 = R(L)$ 。则 $y_{10} = \tau_1 \Phi_1^* \cos \theta + \tau_2 \Phi_2^* \sin \theta$ 的原像就是 (Z, τ_1, τ_2) 。设 y_{20} 在 X 中的原像为 $x_0 = x_{10} + x_{20}$, 其中 $x_{10} \in X_1, x_{20} \in X_2$, 则有

$$y_{20} = Lx_0 = Lx_{10} + Lx_{20} = Lx_{20}$$

这就证明了 x_{20} 就是 y_{20} 在 X_2 中的原像。因此 \mathcal{L} 是满射。

综合 i), ii) 并由隐函数定理可知在 $(Z, \tau_1, \tau_2) = (0, 0, 0)$ 的邻域内存在关于 s 的函数 $(\bar{Z}(s), \bar{\tau}_1(s), \bar{\tau}_2(s))$ 使得

$$H_1(\bar{Z}(s), \bar{\tau}_1(s), \bar{\tau}_2(s), s) \equiv 0$$

其中 $\bar{Z}(s) = (z_1(s), z_2(s), z_3(s)) \in X_2$ 且 $\bar{Z}(s), \bar{\tau}_1(s), \bar{\tau}_2(s)$ 满足

$$\bar{Z}(0) = (0, 0, 0), \bar{\tau}_1(0) = 0, \bar{\tau}_2(0) = 0 \quad (13)$$

代回到 (12) 式可知

$$\bar{U}(s) = s(\Phi_1 \cos \theta + \Phi_2 \sin \theta + \bar{Z}(s)), s > 0$$

是 $H(\gamma, \delta, U) = 0$ 的解。

注 1 定理 4 表明, 在蜘蛛的捕食率 (即参数 a, b) 确定的条件下, 存在常数 $\beta_0 > \lambda_1$, 使得昆虫的生长率 β 大于 β_0 时, 只要蜘蛛的生长率 γ, δ 分别在 γ^*, δ^* 附近, 系统存在共存态。由于 $\gamma^* = -\lambda_1(-a\theta_\beta), \delta^* = -\lambda_1(-b\theta_\beta)$ 。所以在上述条件下, 系统的共存态最终依赖于昆虫的生长率。

- [9] KOLKS Z, BIOLEK D, BIOLKOVA V. Frequency-domain steady-state analysis of circuits with mem-elements [J]. *Analog Integrated Circuits & Signal Processing*, 2013, 74(1):79-89
- [10] GARCIA N. Periodic steady-state solutions of nonlinear circuits based on a differentiation matrix[C]// *Circuits and Systems (ISCAS)*, Proceedings of 2010 IEEE International Symposium, 2010.
- [11] ANGELONE G, VASCA F, IANNELLI L. Dynamic and steady-state analysis of switching power converters made easy: Complementarity formalism[C]// *Dynamics and Control of Switched Electronic Systems*, 2012:217-243.
- [12] MOHAMMAD J S, YASSR M B. General SPICE models for memristor and application to circuit simulation of memristor-based synapses and memory cells[J]. *Journal of Circuits System & Computers*, 2010, 19(2):407-424.
- [13] 姚齐国. 几种非线性电路的数值分析与优化设计[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.
- [14] 孙璐. 基于散射函数的一种微波非线性电路建模新方法, [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.
- [15] 张晓芳, 陈章耀, 毕勤胜. 非线性电路通向混沌的演化过程[J]. *物理学报*, 2010, 59(5):3057-3065.

(上接第67页)

参考文献:

- [1] NTONIFOR N N, PQRR M C, EWU KEM J A Ewunkem. Seasonal abundance and distribution of the huntsman spider, *Heteropoda venatoria* (Sparassidae: Araneae) in banana agro-ecosystems in Cameroon [J]. *Journal of Entomology*, 2012, 9: 79-88.
- [2] VENKATESHALU, HANUMANTHRAYA L, MARADDI G. Impact of different rice agro-ecosystem on spider population dynamics [J]. *Environment and Ecology*, 2009, 27(3A): 1231-1236.
- [3] VENTURINO E, ISAIA M, BONA F, et al. Modeling the spiders ballooning effect on the vineyard ecology [J]. *Mathematical Modeling of Natural Phenomena*, 2006, 1(1): 137-159.
- [4] CHATTERJEE S, ISAIA M, VENTURINO E. Effects of spiders predational delays in intensive agroecosystems [J]. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2009, 10: 3045-3058.
- [5] SEN M, BANERJEE M, VENTURINO E. A model for biological control in agriculture [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2013, 87(1): 30-44.
- [6] 王利娟, 姜洪领. 一类捕食食饵模型正解的定性分析和数值模拟[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2015, 54(4): 55-62.
- [7] 姜洪领, 王利娟. 一类无搅拌 Chemostat 模型平衡态正解存在性与数值模拟[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2011, 50(3): 11-16.
- [8] WEI F. Coexistence, stability, and limiting behavior in a one-predator-two-prey model [J]. *Journal of mathematical analysis and applications*, 1993, 179(2): 592-609.
- [9] DANCER E N, DU Y H. Positive solutions for a three-species competition system with diffusion-I. General existence results [J]. *Nonlinear Analysis Theory Methods & Applications*, 1995, 24(3): 337-357.
- [10] DANCER E N, DU Y H. Positive solutions for a three-species competition system with diffusion-II. The case of equal birth rates [J]. *Nonlinear Analysis Theory Methods & Applications*, 1995, 24(3): 359-373.
- [11] DU Y H, LOU Y. Some uniqueness and exact multiplicity results for a predator-prey model [J]. *Transactions of the American Mathematical Society*, 1997, 349(6): 2443-2475.
- [12] WANG L J, JIANG H L, LI Y. Positive steady state solutions of a plant-pollinator model with diffusion [J]. *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B*, 2015, 20: 1805-1819.
- [13] YAMADA Y. Stability of steady states for prey-predator diffusion equations with homogeneous Dirichlet conditions [J]. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 1990, 21(2): 327-345.